

滕少华, 韦晓杰, 滕璐瑶, 等. 块对角引导的多视角一致性学习[J]. 广东工业大学学报, 2025, 42(2): 37–51. doi: 10.12052/gdutxb.230181.
Teng Shaohua, Wei Xiaojie, Teng Luyao, et al. Multi-view consistency learning with block diagonal guidance[J]. Journal of Guangdong University of Technology, 2025, 42(2): 37–51. doi: 10.12052/gdutxb.230181.

块对角引导的多视角一致性学习

滕少华¹, 韦晓杰¹, 滕璐瑶², 张巍¹

(1. 广东工业大学 计算机学院, 广东 广州 510006; 2. 广州番禺职业技术学院 信息工程学院, 广东 广州 511483)

摘要: 基于图的多视角聚类方法得到了广泛的研究。然而, 现有方法仍然存在两个问题: (1) 有些方法虽然将相似矩阵划分为一致性矩阵和不一致性矩阵, 但难以处理被错误划分到不一致性矩阵中的一致性信息, 导致有效信息不能得到充分提取。(2) 有些方法虽然得到了具有块对角结构的统一相似矩阵, 但没有去除统一相似矩阵中的冗余信息。为了解决这两个问题, 本文提出了一种块对角引导的多视角一致性学习(Multi-view Consistency Learning with Block Diagonal Guidance, MCLBDG)方法。首先, 该方法通过低秩表示和自适应邻域的方式获得每个视角的相似矩阵; 其次, 将每个视角的相似矩阵划分为一致性矩阵和不一致性矩阵。其中, 不同视角的不一致性部分通过哈达玛积来筛选。在迭代过程中, 被错误划分的一致性部分可以从不一致性信息中逐步提取出来。此外, 提出了块对角引导来尽可能去除统一相似矩阵中的冗余信息, 减少了不同簇样本之间的干扰。最后, 将谱聚类应用到模型当中, 直接得到聚类结果。在几个常用数据集上的比较实验验证了该方法的优越性。

关键词: 块对角引导; 多视角聚类; 多视角图学习; 一致性; 无监督学习

中图分类号: TP181

文献标志码: A

文章编号: 1007-7162(2025)02-0037-15

Multi-view Consistency Learning with Block Diagonal Guidance

Teng Shaohua¹, Wei Xiaojie¹, Teng Luyao², Zhang Wei¹

(1. School of Computer Science and Technology, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006, China; 2. School of Information Engineering, Guangzhou Panyu Polytechnic, Guangzhou 511483, China)

Abstract: Graph-based multi-view clustering methods are widely explored. However, there are still two problems with existing methods: 1) Although some methods divide the similarity matrix into a consistency matrix and an inconsistency matrix, it is difficult to deal with the consistency information that has been misclassified in the inconsistency matrix, resulting in insufficient extraction of the valid information; and 2) Although some methods obtain a unified similarity matrix with a block diagonal structure, they do not remove redundancy information from the unified similarity matrix. To address these two issues, this paper proposes a Multi-view Consistency Learning with Block Diagonal Guidance (MCLBDG) method. First, we obtain a similarity matrix for each view via low rank representation and adaptive neighborhood. Second, we divide the similarity matrix of each view into a consistency matrix and an inconsistency matrix. The inconsistency part of different views is sieved via Hadamard product. During iterations, the misclassified consistency part can be gradually extracted from the inconsistency information. In addition, block diagonal guidance is proposed to remove the redundancy information in the unified similarity matrix as much as possible, which reduces the interference of extra-cluster samples. Finally, spectral clustering is incorporated into the model to obtain clustering results directly. Comparative experimental results on the commonly used datasets demonstrate the superiority of the method over the existing methods.

Key words: block diagonal guidance; multi-view clustering; multi-view graph learning; consistency; unsupervised learning

收稿日期: 2023-11-13 录用日期: 2024-03-29 网络首发日期: 2025-01-13

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61972102); 广州市科技计划项目(2023A04J1729)

作者简介: 滕少华(1962–), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为数据挖掘、协同计算、模式识别, E-mail: shteng@gdut.edu.cn

通信作者: 滕璐瑶(1990–), 女, 讲师, 博士, 主要研究方向为协同计算、模式识别, E-mail: luna.teng@qq.com

聚类是一种常见的无监督算法,它根据一些预定的标准将数据集划分成多个簇,具有类似结构的样本被分配到同一个簇中^[1-2]。因此,同个簇中的样本通常是相似的,不同簇中的样本相似度则较低。

在许多实际应用中,一个对象可以从不同的角度进行表示^[3]。例如,对于一条新闻,不同的媒体用不同的观点进行报道;同一张人脸从不同的角度进行拍摄,可以产生多张不同的照片;一幅图像能使用不同的特征提取方法进行提取。由于从不同的角度来描绘一个物体^[4-5]可以提供关于物体更全面的信息,因此,合理利用多个视角的数据可以有效提高聚类性能^[6-7]。然而,传统的单视角聚类算法并不能很好地整合并利用不同视角下的有效信息,无法直接适用于多视角数据的聚类^[8-9],因此,多视角聚类受到了广泛的关注。

基于图的多视角聚类方法一般会先求出所有视角的相似度图,接着使用图融合的方式构造出一个统一相似度图,最后再利用k-means或谱聚类等算法来得到最终的聚类结果。自适应邻域的思想可用于构建相似矩阵,即任意两个数据点相邻的概率被视为它们之间相似性的度量。后来,文献^[10-11]将这一思想扩展到处理多视角数据上。Wang等^[11]先使用自适应邻域构建相似度图,然后使用带权图融合结合多个相似度图为统一相似度图。他们通过拉普拉斯秩约束使得统一相似矩阵具有较好的簇结构。Kang等^[8]通过对不同视角进行自表示学习,以获得新表示,并通过对不同视角施加不同的权重来进行图融合。Shi等^[12]先通过K近邻(K-Nearest Neighbor, KNN)算法求得每个视角的相似矩阵,接着通过隐式的谱嵌入学习得到一个统一的嵌入矩阵,最后通过谱旋转得到离散聚类结果。Liang等^[13]将相似矩阵划分为一致性矩阵和不一致性矩阵,然后使用一致性矩阵进行图融合得到统一相似矩阵。Hao等^[14]先通过基于张量的多视角表示学习构造每个视角的相似矩阵,接着将其分解为一致性矩阵和不一致性矩阵,并通过图正则化来约束一致性矩阵,通过希尔伯特-施密特独立性准则(Hilbert-Schmidt independence criterion, HSIC)来学习不一致性矩阵。Zhang等^[15]通过自表示学习得到一致性部分和不一致性部分,并通过哈达玛积来建模不一致性部分。

多视角子空间聚类旨在寻找一个公共子空间,不同视角下的样本均可以在这个空间中进行表示。而基于公共子空间,可以进一步学得一个被所有视角所共享的统一相似矩阵^[3]。同一个簇内的样本通常

具有较高的相似性,因此他们之间应该是能够相互表示的。基于这个思想,便引出了自表示^[16]的假设:任意一个样本可以由同簇的其他样本点线性组合得到。Zhang等^[17]先求出公共子空间,然后通过自表示学习得到统一相似矩阵,最终使用谱聚类得到一个划分结果。Xie等^[18]先构造出一个潜在子空间,然后通过邻域表示构造出统一相似矩阵。Zhou等^[19]将来自多个视角的原始特征投影到潜在空间,然后学习共享字典和特定于视角的字典,还采用HSIC作为多样性约束。Mei等^[20]对原始特征空间进行潜在嵌入,并引入健壮性的度量指标构造出更加准确的统一相似矩阵。Zheng等^[21]在子空间自表示基础上,考虑样本噪声与簇噪声,构建更具鲁棒性的子空间表示。Liang等^[22]将样本作非负矩阵分解,引入流行保持数据的局部结构,并加入对基矩阵与表示矩阵的正交优化。Zhang等^[5]对LMSC^[17]作优化,考虑使用神经网络来求解潜在空间。

虽然目前多视角聚类已经取得了很大的进展,但仍然存在以下两个关键问题需要进一步讨论与解决。

(1) 部分现存方法忽略了被错误分类到不一致性矩阵中的一致性部分。其中,一致性部分是指被多个视角所共享的部分,不一致性部分是指某个视角所独有的部分。虽然文献^[14-15]将相似矩阵分解为一致性矩阵和不一致性矩阵,但是它们可能存在分解错误的地方,导致不一致性部分中还包含一些一致性信息。这使得不同视角内的有效信息没有得到充分利用,从而影响最终聚类结果。

(2) 部分现存方法忽略了统一相似矩阵中存在的冗余信息。统一相似矩阵可以表征样本之间的相似关系,虽然文献^[13-15,18,23-25]可以获得具有块对角结构的统一相似矩阵,但受到原始样本空间中噪声或损坏数据的影响,最终学得的统一相似矩阵可能含有一部分错误或冗余的信息,这使得样本之间的相似性不能被正确表征,最终的聚类性能也会受到影响。

为了解决上述两个问题,本文提出了一种块对角引导的多视角一致性学习(Multi-view Consistency Learning with Block Diagonal Guidance, MCLBDG)方法。MCLBDG先通过自表示学习得到样本的低秩表示,低秩表示可以很好地表征样本之间的内在关系。接着,通过自适应邻域的方式来充分利用低秩表示之间的局部信息,得到不同视角下的相似矩阵。对于不同视角,将相似矩阵划分为独立的一致性矩阵和不一致性矩阵。虽然不同视角提供的信息不同,但它

们最终表征的对象主体是相同的^[26]。基于此,本文认为其中的不一致性部分主要是由噪声干扰或数据损坏等因素引起的。为了更好地区分一致性部分和不一致性部分,利用哈达玛积对不一致性部分进行筛选。通过迭代,逐步细化不一致部分,提取出被错误分类的一致性部分。换句话说,随着迭代次数的增加,原先被错误分类的一致性部分会逐渐从不一致性部分中分离出来。在获得每个视角的一致性矩阵后,通过自适应加权图融合策略将其整合为一个统一相似矩阵。不同于其他大多数方法,MCLBDG还对统一相似矩阵进行块对角引导学习,尽可能去除统一相似矩阵中的冗余信息,加强同簇样本之间的相似性,同时削弱不同簇样本之间的联系,最终得到一个具有较强块对角结构的统一相似矩阵,这对于后续聚类是有积极意义的。最后,考虑到谱聚类对输

入图敏感的问题,将谱聚类整合到模型当中,这也省去了其他后处理操作,可以直接得到离散聚类结果。

MCLBDG的流程图如图1所示。其中 v 为视角数, X^u 为第 u 个视角下的样本, Z^u 为第 u 个视角下样本的低秩表示, S^u 为第 u 个视角下的相似矩阵, A^u 为第 u 个视角下的一致性矩阵, D^u 为第 u 个视角下的不一致性矩阵, S 为统一相似矩阵, H 为谱嵌入矩阵, G 为聚类指示矩阵。在图1中,先通过自表示学习和自适应邻域的方式得到不同视角的相似矩阵,然后将每个视角的相似矩阵分解为当前视角的一致性矩阵和不一致性矩阵,对一致性矩阵进行相似图融合之后做块对角引导,得到具有更优块对角结构的统一相似矩阵,最后将谱聚类融入到统一框架中,直接得到最终的离散聚类结果。

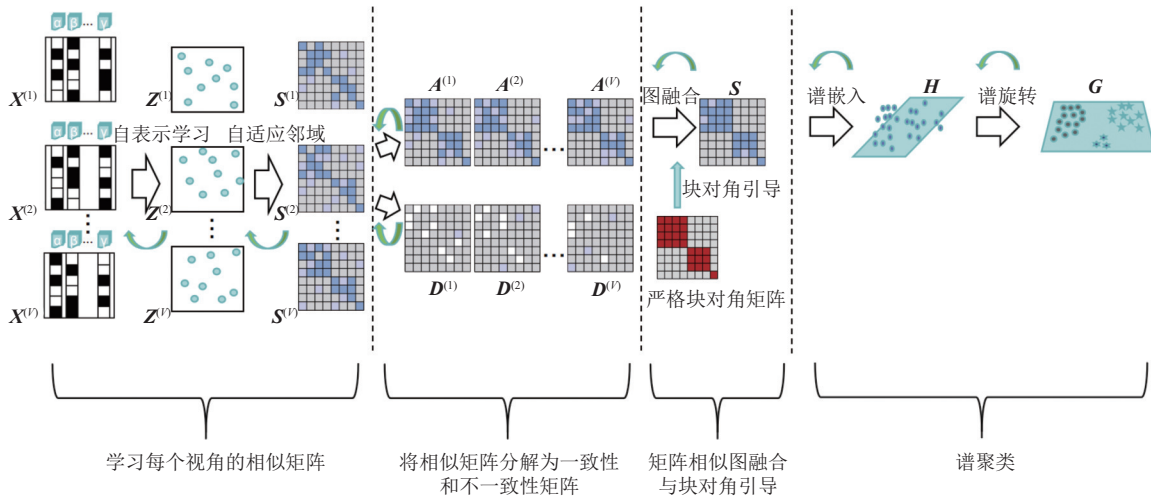


图1 MCLBDG总体框架

Fig.1 The overall flowchart of MCLBDG

本文的主要贡献如下:

(1) 将每个视角的相似矩阵划分为独立的一致性矩阵和不一致性矩阵。用哈达玛积对不一致性部分进行筛选,从而提取出被错误分类的一致性部分,借以获取更多有效信息进行后续聚类。

(2) 提出块对角引导以便尽可能去除统一相似矩阵中存在的冗余信息,减少不同簇样本之间的干扰,获得更准确的块对角矩阵。

(3) 在5个流行的基准数据集上进行了大量的比较实验,验证了提出方法的有效性和可行性。

本文其余部分组织如下。第1节详细介绍了MCLBDG及其优化方案;第2节在多个基准数据集上进行了广泛的实验,然后对其进行了分析和比较;第3节对本文进行总结。

1 块对角引导的多视角一致性学习

在本节中,首先介绍模型的细节。然后,设计了一个优化方案来求解模型。为方便读者,本文所使用的主要符号如表1所示。

1.1 低秩表示

自表示指每个样本都可以用同簇内的其他样本来表示。由于不同样本可以划分为多个簇,而同簇内的样本通常具有相近的底层数据结构。因此一个样本通常可以表示为同簇内其他样本的线性组合^[16]。低秩表示(Low-Rank Representation, LRR)利用自表示性质,得到一个低秩的重构系数矩阵,其一般表达式为

表1 常用的符号和描述

Table 1 Notations and descriptions used in this paper

符号	描述
$\mathbf{X}^u$	第 u 个视角下的样本矩阵
$\mathbf{Z}^u$	第 u 个视角下的自表示矩阵
$\mathbf{E}^u$	第 u 个视角下的误差矩阵
$\mathbf{S}^u$	第 u 个视角下的相似矩阵
$\mathbf{A}^u$	第 u 个视角下的一致性矩阵
$\mathbf{D}^u$	第 u 个视角下的不一致性矩阵
$\mathbf{S}$	统一相似矩阵
$\mathbf{F}$	块对角引导矩阵
$\mathbf{H}$	谱嵌入矩阵
$\mathbf{G}$	聚类指示矩阵
$\mathbf{C}$	正交旋转矩阵
$\mathbf{I}$	对应维度的单位矩阵
α_u	第 u 个视角的缩放系数
d_u	第 u 个视角的样本维度
v	视角数
n	样本数
c	簇数
$\ \cdot\ _F$	Frobenius范数
$\ \cdot\ _*$	核范数
$\ \cdot\ _1$	矩阵 l_1 范数
$\ \cdot\ _2$	矩阵 l_2 范数

$$\min_{\mathbf{Z}, \mathbf{E}} \|\mathbf{Z}\|_* + \alpha \|\mathbf{E}\|_1, \quad \text{s.t. } \mathbf{X} = \mathbf{XZ} + \mathbf{E} \quad (1)$$

式中： $\mathbf{X} \in \mathbf{R}^{d \times n}$ 为样本矩阵， d 为样本维度， n 为样本数量； $\mathbf{Z} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 为自表示矩阵，表征样本之间的潜在关系； $\mathbf{E} \in \mathbf{R}^{d \times n}$ 为误差矩阵； $\|\cdot\|_*$ 为矩阵核范数，可以约束矩阵为低秩； $\|\cdot\|_1$ 为矩阵 l_1 范数，使得矩阵尽可能稀疏；非负参数 α 用来平衡两项之间的权重。

LRR被应用于许多机器学习任务当中，在多视角子空间聚类中经常出现，原因在于它对原始空间中的噪声或者损坏数据具有很高的鲁棒性^[3]。LRR可以很好地保留原始样本之间的底层结构，并尽可能剔除原始样本空间中的噪声信息及冗余信息。本文提出的方法使用LRR来学习原始样本的低秩表示。将式(1)拓展到多视角数据中，可以得到

$$\min_{\mathbf{Z}^u, \mathbf{E}^u} \sum_{u=1}^v (\|\mathbf{Z}^u\|_* + \alpha \|\mathbf{E}^u\|_1),$$

$$\text{s.t. } \mathbf{X}^u = \mathbf{X}^u \mathbf{Z}^u + \mathbf{E}^u, u = 1, \dots, v \quad (2)$$

式中： v 为视角数， $\mathbf{X}^u$ 为第 u 个视角下的样本矩阵， $\mathbf{Z}^u$ 为第 u 个视角下的自表示矩阵， $\mathbf{E}^u$ 为第 u 个视角下的误差矩阵。

1.2 自适应邻域

真实样本一般都处于非线性流形结构中^[3]，因此利用好样本之间的局部流形结构对于聚类有很大的帮助。基于图拉普拉斯嵌入^[26]的方法有效地表征了数据之间的相似性。它的一般表达式为

$$\min_{\mathbf{H}} \sum_{i,j=1}^n \|\mathbf{h}_i - \mathbf{h}_j\|_2^2 \mathbf{S}_{ij} \quad (3)$$

式中： $\mathbf{H} \in \mathbf{R}^{m \times n}$ 为嵌入矩阵， $\mathbf{h}_i$ 和 $\mathbf{h}_j$ 分别为嵌入矩阵的第 i 列和第 j 列， $\mathbf{S}_{ij}$ 为相似矩阵 $\mathbf{S}$ 上第 i 行第 j 列的元素， $\|\cdot\|_2$ 为向量 l_2 范数。拉普拉斯嵌入可以将样本之间的邻域关系很好地保留在嵌入表示 $\mathbf{H}$ 中，并最大化数据集内在流形结构的平滑性。

在式(3)中，元素 $\mathbf{S}_{ij}$ 需要人为提前定义。它仅仅是把相似矩阵 $\mathbf{S}$ 中的邻域关系传递到嵌入矩阵 $\mathbf{H}$ 当中。而Xie等^[18]先将原始样本投影到潜在空间中，并动态学习样本之间的邻域关系，表达式为

$$\min_{\mathbf{H}, \mathbf{S}} \sum_{i,j=1}^n \|\mathbf{h}_i - \mathbf{h}_j\|_2^2 \mathbf{S}_{ij}^2,$$

$$\text{s.t. } \mathbf{S}_{ij} \geq 0, \sum_{j=1}^n \mathbf{S}_{ij} = 1 \quad (4)$$

式中： $\mathbf{S}_{ij}$ 上的二次项是为了避免出现平凡解，约束 $\mathbf{S}$ 行和为1是为了得到标准一致的结果。本文提出的方法采用式(4)来学习样本之间的相似关系。但由于后续会对相似矩阵进行分解，本文取消了相似矩阵 $\mathbf{S}$ 行和为1的限制。

1.3 多视角的一致性与不一致性

多视角聚类的一个重大难点就是如何更好地整合和利用不同视角的有效信息，针对这一问题，近年提出了很多多视角一致性与不一致性相关的方法^[13-15,25,27]。

文献^[14,15]将每个视角的相似矩阵分解为一个所有视角共用的一致性矩阵和当前视角特有的不一致性矩阵。虽然他们都取得了较好的聚类结果，但是由于采用所有视角共用的一致性矩阵，所以有许多一致性信息被错误分解到不一致性矩阵当中，这使得不同视角内的有效信息无法被很好地提取。

为了提取更多一致性部分，Liang等^[13]提出了一种一致性与不一致性学习的模型，它把每个视角的相似度图分解为当前视角的一致性部分与不一致性部分。然后对不一致性部分进行建模，最后利用一致性部分进行图融合。其模型为

$$\begin{aligned} & \min_{\alpha_i, S, A^i} \sum_{i=1}^v \|\alpha_i A^i - S\|_F^2 + \\ & \sum_{i,j=1}^v B_{ij} \alpha_i \alpha_j \text{Tr}((S^i - A^i)(S^j - A^j)^T), \\ & \text{s.t. } \sum_{i=1}^v \alpha_i = 1, \alpha_i \geq 0, S \geq 0, S^i \geq A^i \geq 0, i = 1, \dots, v \end{aligned} \quad (5)$$

式中: α_i 为第 i 个视角的缩放系数, $S^i \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 为第 i 个视角下的相似矩阵, $A^i \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 为第 i 个视角下的一致性矩阵, $S \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 为统一相似矩阵. $B \in \mathbf{R}^{v \times v}$ 为作者设置的系数矩阵, B_{ij} 为 B 中第 i 行第 j 列元素, 当 $i=j$ 时, B_{ij} 设置为一个定值; 当 $i \neq j$ 时, B_{ij} 设置为另一个定值. Liang等^[13]提出的模型对不一致性部分进行建模, 并通过系数矩阵来调整不一致性部分的大小, 得到了较好的结果. 但由于需要预定义不同视角的相似矩阵 S^i , 它们对相似矩阵 S^i 需要有较高的质量要求. 此外, 它们没有进一步剔除统一相似矩阵中存在的冗余信息, 这会影响最终的聚类效果.

为了解决上述问题, 本文提出将不同视角的相似矩阵分解为两个部分, 即一致性矩阵和不一致性矩阵. 公式表示为

$$S^i = A^i + D^i, \quad \text{s.t. } i = 1, \dots, v \quad (6)$$

式中: $D^i \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 为第 i 个视角下的不一致性矩阵. 具体来说, 一致性部分为多个视角所共有的部分, 并且一致性部分的信息通常远大于不一致性部分的信息, 本文将这部分信息进行保留. 不一致性部分是指仅仅在某个视角中出现的消息, 虽然不同视角提供的信息不同, 但它们描述的是同一个对象主体. 所以, 不同视角提供的相似信息通常是相近的或具有一定联系的^[26]. 因此, 若某些相似信息仅仅出现在单个视角上, 虽然它可能含有某个视角下特有的互补性信息, 但也可能是噪声或损坏数据引起的干扰信息, 所以本文认为将其剔除会得到更加鲁棒的结果. 在本文提出的方法中, 通过哈达玛积对不一致性部分进行筛选. 在迭代过程中, 逐渐从不一致性矩阵中将错误分类的一致性信息提取出来. 最终剔除掉不一致性部分, 得到更加纯净的一致性部分, 并对一致性矩阵进行图融合得到统一相似矩阵.

对于不一致性部分, 本文对其建模, 公式表示为

$$\begin{aligned} & \min_D \sum_{i \neq j} \text{sum}(\alpha_i D^i \circ \alpha_j D^j), \\ & \text{s.t. } S^i = A^i + D^i, i = 1, \dots, v, j = 1, \dots, v \end{aligned} \quad (7)$$

式中: α_i 为第 i 个视角的缩放系数; $\text{sum}(\cdot)$ 运算符为矩

阵所有元素之和; $\circ$ 为哈达玛积, 使矩阵元素两两相乘.

1.4 相似图融合

由于不同视角下的样本都包含一些有用信息, 因此基于图的多视角聚类方法通常先将所有视角的相似图进行融合, 得到一个统一相似图, 再进行后续处理操作. 针对如何融合不同视角的相似图的问题, 不少学者都进行了研究^[8,12,28]. Wang等^[28]取所有视角相似图的平均作为统一相似图, 表达式为

$$S = \frac{1}{v} \sum_{i=1}^v Z^i \quad (8)$$

式中: S 为统一相似图, Z^i 为不同视角的相似图, v 为视角数. 这种构造方式存在一个问题: 若某些视角存在大量噪声, 学到的统一相似矩阵中同样也会存在许多噪声. 所以, 更多图融合方法被提出, 其中一种方法就是对不同视角施加不同的缩放权重, 表达式为

$$\begin{aligned} & \min_{S, \alpha_i} \sum_{i=1}^v \|\alpha_i Z^i - S\|_F^2, \\ & \text{s.t. } \sum_{i=1}^v \alpha_i = 1, i = 1, \dots, v \end{aligned} \quad (9)$$

式中: α_i 为第 i 个视角的缩放系数, $\|\cdot\|_F$ 为Frobenius范数, 约束不同视角缩放系数之和为1是为了得到大小固定的融合结果. 通过这种方式可以将不同视角的信息进行整合, 同时在一定程度上降低低质量视角下的信息给统一相似图带来的影响. 在式(9)中, 将缩放系数 α_i 作为变量进行学习, 从而可以动态调整不同视角的缩放比例. 通过迭代优化, 最终可以自适应地学得一个全局最优的统一相似图.

1.5 块对角引导

基于图的多视角聚类通常需要先构造出不同视角的相似图, 再融合为一个统一相似图. 如果学到的统一相似图中包含明显的簇结构信息, 通常有助于聚类任务, 而簇结构在统一相似矩阵上通常表现为对角块的形式^[26]. 尽管一些基于图的多视角聚类方法都可以学到具有一定块对角结构的统一相似矩阵, 但由于样本关系的复杂性以及各种噪声的干扰, 不同簇样本之间通常也会有一部分相似信息被学入统一相似矩阵中, 从而产生块对角之外的一些冗余信息, 这将使后续聚类结果产生偏差.

此外, 本文方法中, 剔除了不同视角的不一致性

部分,仅保留了不同视角的一致性部分。为了便于读者理解,本文可以对一致性矩阵做进一步的划分,公式可以表示为

$$A^i = A_1^i + A_2^i, \quad \text{s.t. } i = 1, \dots, v \quad (10)$$

式中: $A_1^i \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 为第 i 个视角下的完全一致性部分, $A_2^i \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 为第 i 个视角下的待确认一致性部分。具体地,完全一致性部分是所有视角共享的部分,具有最高的准确度;待确认一致性部分则是部分视角所共享的部分。它最少为2个视角共有部分,最多只能是 $v-1$ 个视角共有部分。然而,因为它不是所有视角共有的部分,所以其中可能也存在错误的信息,这也会对最终聚类性能产生影响。

基于以上考虑,本文提出对统一相似矩阵进行块对角引导,尽可能消除统一相似矩阵中的冗余信息,加强统一相似矩阵中的块对角结构。以减少不同簇样本之间的影响,得到更纯净的统一相似矩阵。具体地,公式可以表示为

$$S = FF^T + E, \quad \text{s.t. } F^T F = I \quad (11)$$

式中: S 为统一相似矩阵。 FF^T 为严格块对角矩阵,可以作为相似矩阵的低秩近似^[26]。 E 为误差矩阵,它由原始数据中的噪声以及待确认一致性部分中的错误信息组成。

为了减少噪声以及错误信息影响,令误差矩阵 E 越小越好。此外,为了获得更加准确的块对角近似结果,引入一个参数 β 来进行松弛,公式可以表示为

$$\min_{S, F} \|S - \beta FF^T\|_F^2, \quad \text{s.t. } F^T F = I \quad (12)$$

1.6 谱聚类

对于谱聚类而言,通常可分为两个步骤,第1个步骤为谱嵌入,第2个步骤为谱旋转或者k-means^[12]。

谱嵌入通过构造拉普拉斯矩阵,可以进一步学习相似矩阵的潜在关系,公式表示为

$$\min_H \text{Tr}(H^T L_s H), \quad \text{s.t. } H^T H = I \quad (13)$$

式中: $H \in \mathbf{R}^{n \times c}$ 为谱嵌入矩阵, n 为样本数, c 为簇数, $L_s = D_s - S$ 为拉普拉斯矩阵, D_s 为一个对角矩阵并且第 i 个对角元素等于相似矩阵 S 中第 i 行元素之和。

在得到谱嵌入矩阵之后,需要通过谱旋转或者k-means操作将连续值进一步转化为离散聚类结果。谱旋转的目标是寻找一个标准正交矩阵,对谱嵌入矩阵进行正交旋转,并使其尽可能接近最终离散值。表达式为

$$\min_{G, C} \|HC^T - G\|_F^2,$$

$$\text{s.t. } C^T C = I, G_{ij} \in \{0, 1\}, \sum_{j=1}^c G_{ij} = 1, i = 1, \dots, n \quad (14)$$

式中: $G \in \mathbf{R}^{n \times c}$ 为聚类指示矩阵,每行有且仅有一个元素为1,其他元素全为0; $C \in \mathbf{R}^{c \times c}$ 为正交旋转矩阵。由正交矩阵的保范性可知,式(14)等价于

$$\min_{G, C} \|H - GC\|_F^2,$$

$$\text{s.t. } C^T C = I, G_{ij} \in \{0, 1\}, \sum_{j=1}^c G_{ij} = 1, i = 1, \dots, n \quad (15)$$

本文提出的方法也采取谱旋转方法进行最终的离散化操作。

1.7 目标函数

结合以上分析,组合式(2)、(4)、(7)、(9)、(12)、(13)、(15),可以得到目标函数约束条件为

$$\begin{aligned} & \min_{\substack{\alpha_u, Z^u, A^u, D^u, \\ S^u, E^u, S, F, H, G, C}} \sum_{u=1}^v (\varepsilon \|Z^u\|_* + \theta \|E^u\|_1 + \|\alpha_u A^u - S\|_F^2) + \\ & \eta \sum_{u=1}^v \sum_{i,j=1}^n \|z_i^u - z_j^u\|_2^2 (S_{ij}^u)^2 + \lambda \sum_{t \neq u} \text{sum}(\alpha_u D^u \circ \alpha_t D^t) + \\ & \|S - \beta FF^T\|_F^2 + 2\gamma \text{Tr}(H^T L_s H) + \omega \|H - GC\|_F^2, \\ & \text{s.t. } \begin{cases} X^u = X^u Z^u + E^u, S^u = A^u + D^u, \sum_{u=1}^v \alpha_u = 1 \\ \alpha_u \geq 0, S \geq 0, S^u \geq A^u \geq 0, u = 1, \dots, v, t = 1, \dots, v \\ F^T F = I, H^T H = I, C^T C = I \\ G_{ij} \in \{0, 1\}, \sum_{j=1}^c G_{ij} = 1, i = 1, \dots, n \end{cases} \end{aligned} \quad (16)$$

式中: ε 、 θ 、 η 、 λ 、 β 、 γ 、 ω 为用来平衡不同项的惩罚因子。对式(16)做适当变换,可以得到

$$\begin{aligned} & \min_{\substack{\alpha_u, Z^u, A^u, S^u, \\ E^u, S, F, H, G, C}} \sum_{u=1}^v (\varepsilon \|Z^u\|_* + \theta \|E^u\|_1 + \|\alpha_u A^u - S\|_F^2) + \\ & \eta \sum_{u=1}^v \sum_{i,j=1}^n \|z_i^u - z_j^u\|_2^2 (S_{ij}^u)^2 + \|S - \beta FF^T\|_F^2 + 2\gamma \text{Tr}(H^T L_s H) + \\ & \lambda \sum_{t \neq u} \alpha_u \alpha_t \text{Tr}((S^u - A^u)(S^t - A^t)^T) + \omega \|H - GC\|_F^2, \\ & \text{s.t. } \begin{cases} X^u = X^u Z^u + E^u, \sum_{u=1}^v \alpha_u = 1, \alpha_u \geq 0 \\ S \geq 0, S^u \geq A^u \geq 0, u = 1, \dots, v, t = 1, \dots, v \\ F^T F = I, H^T H = I, C^T C = I \\ G_{ij} \in \{0, 1\}, \sum_{j=1}^c G_{ij} = 1, i = 1, \dots, n \end{cases} \end{aligned} \quad (17)$$

1.8 优化

由于求解式(17)中的变量不是一个凸优化问题,不能直接求解。受交替方向乘子最小化策略启发,本文设计了一个迭代算法来求解。首先,引入 v 个辅助变量 $\mathbf{J}^1, \mathbf{J}^2, \dots, \mathbf{J}^v$ 来代替目标函数中的核函数部分 $\mathbf{Z}^1, \mathbf{Z}^2, \dots, \mathbf{Z}^v$,式(17)可以改写成

$$\begin{aligned} \min_{\substack{\alpha_u, \mathbf{Z}^u, \mathbf{A}^u, \mathbf{S}^u, \mathbf{E}^u, \\ \mathbf{J}^u, \mathbf{S}, \mathbf{F}, \mathbf{H}, \mathbf{G}, \mathbf{C}}} \quad & \sum_{u=1}^v (\varepsilon \|\mathbf{J}^u\|_* + \theta \|\mathbf{E}^u\|_1 + \|\alpha_u \mathbf{A}^u - \mathbf{S}\|_F^2) + \\ & \eta \sum_{u=1}^v \sum_{i,j=1}^n \|\mathbf{z}_i^u - \mathbf{z}_j^u\|_2^2 (\mathbf{S}_{ij}^u)^2 + \|\mathbf{S} - \beta \mathbf{F} \mathbf{F}^T\|_F^2 + 2\gamma \text{Tr}(\mathbf{H}^T \mathbf{L}_S \mathbf{H}) + \\ & \lambda \sum_{t \neq u} \alpha_u \alpha_t \text{Tr}((\mathbf{S}^u - \mathbf{A}^u)(\mathbf{S}^t - \mathbf{A}^t)^T) + \omega \|\mathbf{H} - \mathbf{G} \mathbf{C}\|_F^2, \\ \text{s.t.} \quad & \begin{cases} \mathbf{X}^u = \mathbf{X}^u \mathbf{Z}^u + \mathbf{E}^u, \sum_{u=1}^v \alpha_u = 1, \alpha_u \geq 0 \\ \mathbf{S} \geq 0, \mathbf{S}^u \geq \mathbf{A}^u \geq 0, u = 1, \dots, v, t = 1, \dots, v \\ \mathbf{F}^T \mathbf{F} = \mathbf{I}, \mathbf{H}^T \mathbf{H} = \mathbf{I}, \mathbf{C}^T \mathbf{C} = \mathbf{I}, \mathbf{Z}^u = \mathbf{J}^u \\ \mathbf{G}_{ij} \in \{0, 1\}, \sum_{j=1}^c \mathbf{G}_{ij} = 1, i = 1, \dots, n \end{cases} \end{aligned} \quad (18)$$

接着,将式(18)的求解转换为最小化以下增广拉格朗日函数

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\alpha_u, \mathbf{Z}^u, \mathbf{A}^u, \mathbf{D}^u, \mathbf{S}^u, \mathbf{E}^u, \mathbf{J}^u, \mathbf{S}, \mathbf{F}, \mathbf{H}, \mathbf{G}, \mathbf{C}) = \\ \sum_{u=1}^v (\varepsilon \|\mathbf{J}^u\|_* + \theta \|\mathbf{E}^u\|_1 + \|\alpha_u \mathbf{A}^u - \mathbf{S}\|_F^2) + \\ \eta \sum_{u=1}^v \sum_{i,j=1}^n \|\mathbf{z}_i^u - \mathbf{z}_j^u\|_2^2 (\mathbf{S}_{ij}^u)^2 + \lambda \sum_{t \neq u} \alpha_u \alpha_t \text{Tr}((\mathbf{S}^u - \mathbf{A}^u)(\mathbf{S}^t - \mathbf{A}^t)^T) + \\ \|\mathbf{S} - \beta \mathbf{F} \mathbf{F}^T\|_F^2 + 2\gamma \text{Tr}(\mathbf{H}^T \mathbf{L}_S \mathbf{H}) + \omega \|\mathbf{H} - \mathbf{G} \mathbf{C}\|_F^2 + \\ \frac{\mu}{2} \sum_{u=1}^v \|\mathbf{X}^u - \mathbf{X}^u \mathbf{Z}^u - \mathbf{E}^u + \frac{\mathbf{Y}_u}{\mu}\|_F^2 + \frac{\mu}{2} \sum_{u=1}^v \|\mathbf{Z}^u - \mathbf{J}^u + \frac{\mathbf{Y}_{v+u}}{\mu}\|_F^2, \\ \text{s.t.} \quad \begin{cases} \sum_{u=1}^v \alpha_u = 1, \alpha_u \geq 0, \mathbf{S} \geq 0, \mathbf{S}^u \geq \mathbf{A}^u \geq 0 \\ u = 1, \dots, v, t = 1, \dots, v, \mathbf{F}^T \mathbf{F} = \mathbf{I}, \mathbf{H}^T \mathbf{H} = \mathbf{I}, \mathbf{C}^T \mathbf{C} = \mathbf{I} \\ \mathbf{G}_{ij} \in \{0, 1\}, \sum_{j=1}^c \mathbf{G}_{ij} = 1, i = 1, \dots, n \end{cases} \end{aligned} \quad (19)$$

式中: $\mathbf{Y}_u$ 和 $\mathbf{Y}_{v+u}$ 为拉格朗日乘子, $\mu > 0$ 是一个惩罚参数。

为了最小化式(19),通过固定其他变量的方式来逐个更新所有变量。具体来说,有以下几个步骤。

步骤1: 更新 α_u , 问题(19)可以简化为

$$\begin{aligned} \min_{\alpha_u} \quad & \lambda \sum_{t \neq u} \alpha_u \alpha_t \text{Tr}((\mathbf{S}^u - \mathbf{A}^u)(\mathbf{S}^t - \mathbf{A}^t)^T) + \sum_{u=1}^v \|\alpha_u \mathbf{A}^u - \mathbf{S}\|_F^2, \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{u=1}^v \alpha_u = 1, \alpha_u \geq 0, u = 1, \dots, v, t = 1, \dots, v \end{aligned} \quad (20)$$

令 $\alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_v]^T \in \mathbb{R}^{v \times 1}$, 并暂时去除 $\alpha_u \geq 0$ 的约束, 可以将式(20)转为拉格朗日函数

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\alpha) = & \lambda \sum_{t \neq u} \alpha_u \alpha_t \text{Tr}((\mathbf{S}^u - \mathbf{A}^u)(\mathbf{S}^t - \mathbf{A}^t)^T) + \\ & \sum_{u=1}^v \|\alpha_u \mathbf{A}^u - \mathbf{S}\|_F^2 + \mu_1 (\alpha^T \mathbf{I}_{v \times 1} - 1) \end{aligned} \quad (21)$$

式中: $\mathbf{I}_{v \times 1}$ 为一个元素全为1的 $v \times 1$ 向量, μ_1 为拉格朗日乘子。式(21)对 α 求导并令导数为0, 可得以下等式:

$$\mathbf{K} \alpha + \mu_1 \mathbf{I}_{v \times 1} = \mathbf{b} \quad (22)$$

式中: $\mathbf{K} = 2(\lambda(\mathbf{I}_{v \times 1} \mathbf{I}_{v \times 1}^T - \mathbf{I}) \circ \mathbf{M} + \mathbf{P} \circ \mathbf{I})$, $\mathbf{b} = [2\text{Tr}(\mathbf{A}^1 \mathbf{S}^T); 2\text{Tr}(\mathbf{A}^2 \mathbf{S}^T); \dots; 2\text{Tr}(\mathbf{A}^v \mathbf{S}^T)] \in \mathbb{R}^{v \times 1}$, $\mathbf{M}_{ut} = \text{Tr}((\mathbf{S}^u - \mathbf{A}^u)(\mathbf{S}^t - \mathbf{A}^t)^T)$, $\mathbf{P}_{ut} = \text{Tr}(\mathbf{A}^u (\mathbf{A}^t)^T)$, $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{v \times v}$ 为单位矩阵。把式(22)变成方程组的形式, 可得

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{I}_{v \times 1} \\ \mathbf{I}_{v \times 1}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \alpha \\ \mu_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{b} \\ 1 \end{pmatrix} \quad (23)$$

式(23)可以使用简单的线性代数求解, 将解记为 $\hat{\alpha}$, 接着再引入约束作投影

$$\begin{aligned} \min_{\alpha} \quad & \|\alpha - \hat{\alpha}\|_2^2, \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{u=1}^v \alpha_u = 1, \alpha_u \geq 0, u = 1, \dots, v \end{aligned} \quad (24)$$

根据文献[29], 可以求解得到 α 。

步骤2: 更新 $\mathbf{F}$, 问题(19)可以简化为

$$\min_{\mathbf{F}} \|\mathbf{S} - \beta \mathbf{F} \mathbf{F}^T\|_F^2, \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{F}^T \mathbf{F} = \mathbf{I} \quad (25)$$

利用范数的迹转换运算, 式(25)可以等价于

$$\min_{\mathbf{F}} \text{Tr}(\mathbf{F}^T (-2\beta \mathbf{S}) \mathbf{F}), \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{F}^T \mathbf{F} = \mathbf{I} \quad (26)$$

根据文献[30], 可以求解得到 $\mathbf{F}$ 。

步骤3: 更新 $\mathbf{S}$, 问题(19)可以简化为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{S}} \quad & \sum_{u=1}^v \|\alpha_u \mathbf{A}^u - \mathbf{S}\|_F^2 + \|\mathbf{S} - \beta \mathbf{F} \mathbf{F}^T\|_F^2 + \\ & 2\gamma \text{Tr}(\mathbf{H}^T \mathbf{L}_S \mathbf{H}), \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{S} \geq 0 \end{aligned} \quad (27)$$

对式(27)中的 $\mathbf{S}$ 求导并令其等于0, 可得 $\mathbf{S}$ 的解

$$\mathbf{S} = \frac{\sum_{u=1}^v 2\alpha_u \mathbf{A}^u - \gamma \text{dist} \mathbf{H} + 2\beta \mathbf{F} \mathbf{F}^T}{2(v+1)} \quad (28)$$

式中: $\text{dist} \mathbf{H} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, 元素 $\text{dist} \mathbf{H}_{ij} = \|\mathbf{h}_i - \mathbf{h}_j\|_2^2$, $\mathbf{h}_i$ 和 $\mathbf{h}_j$ 分别为谱嵌入矩阵 $\mathbf{H}$ 的第 i 行和第 j 行。对式(28)求出的

$\mathbf{S}$ 做进一步操作,令 $\mathbf{S}=\max(0,\mathbf{S})$,其中 $\max(\cdot)$ 是对矩阵中的每一个元素进行操作,取元素的最大值。

步骤4: 更新 $\mathbf{A}^u$,问题(19)可以简化为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{A}^u} & \sum_{u=1}^v \|\alpha_u \mathbf{A}^u - \mathbf{S}\|_F^2 + \lambda \sum_{t \neq u} \alpha_u \alpha_t \text{Tr}((\mathbf{S}^u - \mathbf{A}^u)(\mathbf{S}^t - \mathbf{A}^t)^T) \\ \text{s.t. } & \mathbf{S}^u \geq \mathbf{A}^u \geq 0, u = 1, \dots, v, t = 1, \dots, v \end{aligned} \quad (29)$$

先去除约束项,然后对式(29)中的 $\mathbf{A}^u$ 求导并令其为0,可得

$$\mathbf{A}^u = \frac{1}{\alpha_u} \left(\lambda \sum_{t=1}^v \alpha_t (\mathbf{S}^t - \mathbf{A}^t) + \mathbf{S} \right) \quad (30)$$

接着将式(30)求得的 $\mathbf{A}^u$ 作约束项投影,即 $\mathbf{A}^u = \max(0, \mathbf{A}^u)$, $\mathbf{A}^u = \min(\mathbf{A}^u, \mathbf{S}^u)$,可以得到最终的 $\mathbf{A}^u$ 。式中 $\max(\cdot)$ 和 $\min(\cdot)$ 是对矩阵中的每一个元素进行操作,分别取元素的最大值和最小值。

步骤5: 更新 $\mathbf{H}$,问题(19)可以简化为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{H}} & 2\gamma \text{Tr}(\mathbf{H}^T \mathbf{L}_S \mathbf{H}) + \omega \|\mathbf{H} - \mathbf{GC}\|_F^2, \\ \text{s.t. } & \mathbf{H}^T \mathbf{H} = \mathbf{I} \end{aligned} \quad (31)$$

对式(31)进行范数的迹转换运算。得到迹的形式

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{H}} & 2\gamma \text{Tr}(\mathbf{H}^T \mathbf{L}_S \mathbf{H}) - 2\omega \text{Tr}(\mathbf{H}^T \mathbf{GC}), \\ \text{s.t. } & \mathbf{H}^T \mathbf{H} = \mathbf{I} \end{aligned} \quad (32)$$

为了解决以上问题,对拉普拉斯矩阵 $\mathbf{L}_S$ 进行松弛,得到以下形式

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{H}} & 2\gamma \text{Tr}(\mathbf{H}^T \hat{\mathbf{L}}_S \mathbf{H}) + 2\omega \text{Tr}(\mathbf{H}^T \mathbf{GC}), \\ \text{s.t. } & \mathbf{H}^T \mathbf{H} = \mathbf{I} \end{aligned} \quad (33)$$

式中: $\hat{\mathbf{L}}_S = \tau \mathbf{I} - \mathbf{L}_S \in \mathbf{R}^{n \times n}$,松弛参数 τ 为一个常数,使矩阵 $\hat{\mathbf{L}}_S$ 为正定矩阵。引入拉格朗日乘子 $\mathbf{Y}_H$,问题(33)可以转变为最大化以下拉格朗日函数

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_1(\mathbf{F}, \mathbf{Y}_H) = & 2\gamma \text{Tr}(\mathbf{H}^T \hat{\mathbf{L}}_S \mathbf{H}) + 2\omega \text{Tr}(\mathbf{H}^T \mathbf{GC}) - \\ & \text{Tr}(\mathbf{Y}_H (\mathbf{H}^T \mathbf{H} - \mathbf{I})) \end{aligned} \quad (34)$$

对式(34)中的 $\mathbf{H}$ 求导并令其为0,可得

$$2\gamma \hat{\mathbf{L}}_S \mathbf{H} + \omega \mathbf{GC} - \mathbf{H} \mathbf{Y}_H = 0 \quad (35)$$

式(35)很难直接求解 $\mathbf{H}$,根据广义幂迭代法和文献[12],可以得到最终的结果。

步骤6: 更新 $\mathbf{G}$,问题(19)可以简化为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{G}} & \omega \|\mathbf{H} - \mathbf{GC}\|_F^2, \\ \text{s.t. } & \mathbf{G}_{ij} \in \{0, 1\}, \sum_{j=1}^c \mathbf{G}_{ij} = 1, i = 1, \dots, n \end{aligned} \quad (36)$$

对于式(36),可以得到 $\mathbf{G}$ 的解为

$$\mathbf{G}_{ij} = \begin{cases} 1, & \arg \min \|\mathbf{h}_i - \mathbf{c}_j\|_2^2 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (37)$$

式中: $\mathbf{h}_i$ 为谱嵌入矩阵 $\mathbf{H}$ 的第 i 行, $\mathbf{c}_j$ 为正交旋转矩阵 $\mathbf{C}$ 的第 j 行。

步骤7: 更新 $\mathbf{C}$,问题(19)可以简化为

$$\min_{\mathbf{C}} \omega \|\mathbf{H} - \mathbf{GC}\|_F^2, \quad \text{s.t. } \mathbf{C}^T \mathbf{C} = \mathbf{I} \quad (38)$$

对式子(38)进行范数的迹转换运算,可以得到

$$\max_{\mathbf{C}, \mathbf{C}^T \mathbf{C} = \mathbf{I}} \omega \text{Tr}(\mathbf{C}^T \mathbf{G}^T \mathbf{H}) \quad (39)$$

对式子(39),可以使用奇异值分解来得到最优的结果

$$\mathbf{C} = \mathbf{U} \mathbf{V}^T \quad (40)$$

式中: $\mathbf{U}$ 和 $\mathbf{V}$ 分别为矩阵 $\mathbf{G}^T \mathbf{H}$ 用SVD分解时的左奇异值和右奇异值。

步骤8: 更新 $\mathbf{J}^u$,问题(19)可以简化为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{J}^u} & \sum_{u=1}^v \varepsilon \|\mathbf{J}^u\|_* + \frac{\mu}{2} \sum_{u=1}^v \|\mathbf{Z}^u - \mathbf{J}^u + \frac{\mathbf{Y}^{v+u}}{\mu}\|_F^2, \\ \text{s.t. } & u = 1, \dots, v \end{aligned} \quad (41)$$

对于每个视角,有

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{J}^u} & \varepsilon \|\mathbf{J}^u\|_* + \frac{\mu}{2} \|\mathbf{Z}^u - \mathbf{J}^u + \frac{\mathbf{Y}^{v+u}}{\mu}\|_F^2, \\ \text{s.t. } & u = 1, \dots, v \end{aligned} \quad (42)$$

通过奇异值阈值方法^[21]对问题(42)进行优化,得到

$$\mathbf{J}^u = \mathbf{U} S_{\varepsilon/\mu}(\Sigma) \mathbf{V}^T \quad (43)$$

其中对 $\mathbf{J}^u - \frac{\mathbf{Y}^{v+u}}{\mu}$ 进行奇异值分解可以得到 $\mathbf{J}^u - \frac{\mathbf{Y}^{v+u}}{\mu} = \mathbf{U} \Sigma \mathbf{V}^T$, $S_{\varepsilon/\mu}$ 表示软阈值运算符,可以逐步应用以下公式来拓展到矩阵上

$$S_{\varepsilon/\mu}(x) = \begin{cases} x - \varepsilon/\mu, & \text{if } x - \varepsilon/\mu > 0 \\ x + \varepsilon/\mu, & \text{if } x - \varepsilon/\mu < 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (44)$$

步骤9: 更新 $\mathbf{Z}^u$,问题(19)可以简化为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{Z}^u} & \eta \sum_{u=1}^v \sum_{i,j=1}^n \|\mathbf{z}_i^u - \mathbf{z}_j^u\|_2^2 (\mathbf{S}_{ij}^u)^2 + \\ & \frac{\mu}{2} \sum_{u=1}^v \|\mathbf{Z}^u - \mathbf{J}^u + \frac{\mathbf{Y}^{v+u}}{\mu}\|_F^2 + \\ & \frac{\mu}{2} \sum_{u=1}^v \|\mathbf{X}^u - \mathbf{X}^u \mathbf{Z}^u - \mathbf{E}^u + \frac{\mathbf{Y}^u}{\mu}\|_F^2 \quad \text{s.t. } u = 1, \dots, v \end{aligned} \quad (45)$$

对于每个视角,式(45)变成

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{Z}^u} \eta \sum_{i,j=1}^n \|\mathbf{z}_i^u - \mathbf{z}_j^u\|_2^2 (\mathbf{S}_{ij}^u)^2 + \frac{\mu}{2} \|\mathbf{Z}^u - \mathbf{J}^u + \frac{\mathbf{Y}_{v+u}}{\mu}\|_F^2 + \\ \frac{\mu}{2} \|\mathbf{X}^u - \mathbf{X}^u \mathbf{Z}^u - \mathbf{E}^u + \frac{\mathbf{Y}_u}{\mu}\|_F^2 \quad \text{s.t. } u = 1, \dots, v \end{aligned} \quad (46)$$

为了方便后续计算,通过范数的迹转换运算,可以得到

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{Z}^u} 2\eta \text{Tr}(\mathbf{Z}^u \mathbf{L}_{\mathbf{S}_2}^u (\mathbf{Z}^u)^T) + \frac{\mu}{2} \|\mathbf{Z}^u - \mathbf{J}^u + \frac{\mathbf{Y}_{v+u}}{\mu}\|_F^2 + \\ \frac{\mu}{2} \|\mathbf{X}^u - \mathbf{X}^u \mathbf{Z}^u - \mathbf{E}^u + \frac{\mathbf{Y}_u}{\mu}\|_F^2 \quad \text{s.t. } u = 1, \dots, v \end{aligned} \quad (47)$$

式中: $\mathbf{L}_{\mathbf{S}_2}^u = \mathbf{D}_{\mathbf{S}_2}^u - \mathbf{S}_2^u$, $\mathbf{S}_2^u \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 第 i 行第 j 列的元素为 $(\mathbf{S}_{ij}^u)^2$, $\mathbf{D}_{\mathbf{S}_2}^u$ 是一个对角矩阵,第 i 个对角元素值等于 $\mathbf{S}_2^u$ 第 i 行元素之和。对式(47)中的 $\mathbf{Z}^u$ 求导并令其为 0, 得到以下等式

$$\begin{aligned} ((\mathbf{X}^u)^T \mathbf{X}^u + \mathbf{I}) \mathbf{Z}^u + \mathbf{Z}^u \left(\frac{2\eta}{\mu} (\mathbf{L}_{\mathbf{S}_2}^{uT} + \mathbf{L}_{\mathbf{S}_2}^u) \right) = \\ (\mathbf{X}^u)^T \left(\mathbf{X}^u + \frac{\mathbf{Y}_u}{\mu} - \mathbf{E}^u \right) + \mathbf{J}^u - \frac{\mathbf{Y}_{v+u}}{\mu} \end{aligned} \quad (48)$$

式(48)为Sylvester方程,可以通过Bartel-Stewart^[18]算法求解。

步骤10: 更新 $\mathbf{E}^u$, 问题(19)可以简化为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{E}^u} \theta \sum_{u=1}^v \|\mathbf{E}^u\|_1 + \frac{\mu}{2} \sum_{u=1}^v \|\mathbf{X}^u - \mathbf{X}^u \mathbf{Z}^u - \mathbf{E}^u + \frac{\mathbf{Y}_u}{\mu}\|_F^2, \\ \text{s.t. } u = 1, \dots, v \end{aligned} \quad (49)$$

对于每个视角,问题(49)等价于

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{E}^u} \frac{\theta}{\mu} \|\mathbf{E}^u\|_1 + \frac{1}{2} \|\mathbf{X}^u - \mathbf{X}^u \mathbf{Z}^u - \mathbf{E}^u + \frac{\mathbf{Y}_u}{\mu}\|_F^2, \\ \text{s.t. } u = 1, \dots, v \end{aligned} \quad (50)$$

问题(50)的最优解为 $S_{\theta/\mu} \left(\mathbf{X}^u + \frac{\mathbf{Y}_u}{\mu} - \mathbf{X}^u \mathbf{Z}^u \right)$, 式中: $S_{\theta/\mu}(x) = \text{sign}(x) \max \left(|x| - \frac{\theta}{\mu}, 0 \right)$ 为一个软阈值算子^[18], 运算符取符号的正负。

步骤11: 更新 $\mathbf{S}^u$, 问题(19)可以简化为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{S}^u} \lambda \sum_{t \neq u}^v \alpha_u \alpha_t \text{Tr}((\mathbf{S}^u - \mathbf{A}^u)(\mathbf{S}^t - \mathbf{A}^t)^T) + \\ \eta \sum_{u=1}^v \sum_{i,j=1}^n \|\mathbf{z}_i^u - \mathbf{z}_j^u\|_2^2 (\mathbf{S}_{ij}^u)^2, \\ \text{s.t. } \mathbf{S}^u \geq \mathbf{A}^u \geq 0, u = 1, \dots, v, t = 1, \dots, v \end{aligned} \quad (51)$$

对于每个视角,问题(51)等价于

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{S}^u} \lambda \sum_{t=1(t \neq u)}^v \alpha_u \alpha_t \text{Tr}((\mathbf{S}^u - \mathbf{A}^u)(\mathbf{S}^t - \mathbf{A}^t)^T) + \\ \eta \sum_{i,j=1}^n \|\mathbf{z}_i^u - \mathbf{z}_j^u\|_2^2 (\mathbf{S}_{ij}^u)^2, \\ \text{s.t. } \mathbf{S}^u \geq \mathbf{A}^u \geq 0, u = 1, \dots, v \end{aligned} \quad (52)$$

通过简单代数,问题(52)变成

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{S}_{ij}^u} \frac{2\lambda}{\eta} \sum_{i,j=1}^n \sum_{t=1(t \neq u)}^v \alpha_u \alpha_t \mathbf{D}_{ij}^t \mathbf{S}_{ij}^u + \sum_{i,j=1}^n \|\mathbf{z}_i^u - \mathbf{z}_j^u\|_2^2 (\mathbf{S}_{ij}^u)^2, \\ \text{s.t. } \mathbf{S}^u \geq \mathbf{A}^u \geq 0, u = 1, \dots, v \end{aligned} \quad (53)$$

式中: $\mathbf{D}^t = \mathbf{S}^t - \mathbf{A}^t$, 由于 $\mathbf{S}^u$ 中的每一行都是独立的, 对于问题(53), 分别对 $\mathbf{S}^u$ 的每行进行求解, 有

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{S}_{ij}^u} \|\mathbf{S}_{ij}^u + \frac{\lambda}{\eta} \mathbf{q}_i^u\|_2^2, \\ \text{s.t. } \mathbf{S}^u \geq \mathbf{A}^u \geq 0, u = 1, \dots, v \end{aligned} \quad (54)$$

式中: $\mathbf{q}_i^u \in \mathbf{R}^{1 \times n}$, 它的第 j 个元素 $q_{ij}^u = \frac{\sum_{t=1(t \neq u)}^v \alpha_u \alpha_t \mathbf{D}_{ij}^t}{\|\mathbf{z}_i^u - \mathbf{z}_j^u\|_2^2}$ 。

题(54)具有封闭解, 可以通过文献[9]中的方法求得。

步骤12: 更新拉格朗日乘子和 μ :

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_u = \mathbf{Y}_u + \mu(\mathbf{X}^u - \mathbf{X}^u \mathbf{Z}^u - \mathbf{E}^u), \\ \mathbf{Y}_{v+u} = \mathbf{Y}_{v+u} + \mu(\mathbf{Z}^u - \mathbf{J}^u), \\ \mu = \min(\rho\mu, \mu_{\max}), \\ \text{s.t. } \rho > 1, u = 1, \dots, v \end{aligned} \quad (55)$$

式中: $\rho > 1$, 参数 μ 随着迭代次数单调增长, 直至最大值 $\mu_{\max}$ 。

MCLBDG优化过程如算法1所示。

算法1 MCLBDG算法

1) 输入: 多视角数据 $\mathbf{X}^u \in \mathbf{R}^{d \times n}$, $u = 1, \dots, v$, 簇的个数 c , 参数 $\varepsilon, \theta, \eta, \lambda, \beta, \gamma, \omega$

2) 初始化: 利用高斯核与KNN构造每个视角的相似矩阵 $\mathbf{S}^u$, 通过k-means算法得到 $\mathbf{G}$ 。令 $\mathbf{A}^u = \mathbf{S}^u$, $\mathbf{S} = \mathbf{S}^1$, $\mathbf{C} = \mathbf{I}$, $\mathbf{J}^u = \mathbf{I}$, $\mathbf{Z}^u = \mathbf{I}$, $\mathbf{E}^u = 0$, $\mathbf{Y}_u = \mathbf{Y}_{v+u} = 0$, $\mu = 10^{-4}$, $\rho = 1.1$, $\mu_{\max} = 10^6$ 。取任意正交矩阵 $\mathbf{F}$ 和 $\mathbf{H}$, 使其满足 $\mathbf{F}^T \mathbf{F} = \mathbf{I}$, $\mathbf{H}^T \mathbf{H} = \mathbf{I}$ 。

- 通过(24) 更新 α_u
- 通过(26) 更新 $\mathbf{F}$
- 通过(28) 更新 $\mathbf{S}$
- 通过(30) 更新 $\mathbf{A}^u$
- 通过(35) 更新 $\mathbf{H}$
- 通过(37) 更新 $\mathbf{G}$
- 通过(40) 更新 $\mathbf{C}$
- 通过(43) 更新 $\mathbf{J}^u$

- (i) 通过(48) 更新 Z^u
- (j) 通过(50) 更新 E^u
- (k) 通过(54) 更新 S^u
- (l) 通过(55) 更新 Y_u, Y_{v+u}, μ
- 3) 直至收敛
- 4) 输出: 聚类指示矩阵 G

2 实验与分析

在本节中,将提出的MCLBDG方法与最先进的8个多视角聚类方法进行比较。为了评估性能,在5个基准数据集上进行比较,使用了5个流行的指标,包括归一化互信息(Normalized Mutual Information, NMI)、准确度(Accuracy, ACC)、纯度(Purity, PUR)、调整兰德指数(Adjusted Rand Index, ARI) 和F分数(F-score)。这些指标都是取值越高代表聚类效果越好。

2.1 数据集描述

本文选择以下5个数据集来验证提出方法的有效性,因为这5个数据集非常经典并且在聚类中被广泛使用。这5个数据集包括3sources^[31]、BBCSport4v^[31]、Newsgroup^[11]、Reuters^[13]、Washington^[32]。数据集的具体信息如表2所示。

表 2 基准数据集的详细信息
Table 2 Details of the benchmark datasets

数据集	样本数	视角数	类别数	维度1	维度2	维度3	维度4	维度5
3sources	169	3	6	3 560	3 631	3 068		
BBCSport4v	116	4	5	1 991	2 063	2 113	2 158	
Newsgroup	500	3	5	2 000	2 000	2 000		
Reuters	1 200	5	6	2 000	2 000	2 000	2 000	2 000
Washington	230	2	5	230	1 703			

3sources 包含169条新闻,分别由BBC、Reuters和The Guardian三家新闻机构报道,总共可以分为6个类别。

BBCSport4v 包含116个来自于BBCSport网站的文档,每个文档有4个视角,有5个主题。

Newsgroup 包含500个文档样本,每一个文档有3个视角,分为5个类。

Reuters 包含1 200个文档,其中每个文档都有5种语言,代表了样本的5种视角,总共有6个类。

Washington 包含230个文档,可以分为(学生,项目,员工,机构,课程)5个类,每个文档包含两个视角。

2.2 比较算法

本文选择了8个代表性的多视角聚类方法进行了比较,包括Multiview clustering with graph learning

(MVGL)^[10], Multiview consensus graph clustering (MCGC)^[30], Locality adaptive latent multiview clustering (LALMVC)^[18], Multi-view clustering via cross-view graph diffusion (CGD)^[23], Auto-weighted simultaneous consensus graph learning and discretization (AwSCGLD)^[24],块对角引导的多视角统一图聚类(MUGC-BD)^[27], Similarity graph fusion (SGF)^[13]和Distance graph fusion (DGF)^[13]。以上8个方法涵盖多视角聚类领域的多个方向,具有典型的特征,并且均取得了较好的聚类效果。与以上8个方法进行比较,可以充分验证本文提出的MCLBDG方法的优越性。

2.3 实验设置

用于比较的8种算法,按照相应文献设置了所有参数的范围。具体来说,通过网格搜索使用不同的参数运行每种方法,并从所有方法的最优参数中报告了相应的最佳结果。对于本文提出的算法,在Washington数据集上取knn=19来初始化不同视角下的相似矩阵,其他数据集上均取knn=15。本文模型共包含7个参数,分别为 ε 、 θ 、 η 、 λ 、 β 、 γ 、 ω 。在数据集3sources、BBCSport4v、Newsgroup、Washington中,设置参数 β 、 λ 、 ω 、 η 的取值为 $[10^{-6}, 10^{-2}, 1, 10^2, 10^4, 10^6]$,参数 ε 、 θ 、 γ 的取值为 $[10^{-2}, 1, 10^2]$ 。在数据集Reuters中,设置 β 的取值为 $[10^{-4}, 1, 10^2, 10^6]$, λ 的取值为 $[10^{-4}, 1, 10, 10^6]$, ω 的取值为 $[10^{-3}, 1, 10^2, 10^5]$, η 的取值为 $[10^{-3}, 1, 10^4, 10^6]$, ε 的取值为 $[10^{-5}, 1, 10^3]$, θ 的取值为 $[10^{-6}, 1, 10^2]$, γ 的取值为 $[10^{-6}, 1, 10^5]$ 。为了避免聚类结果的随机性,本文将所有实验都重复运行10次,并报告平均值和相应的标准差。

2.4 实验结果及讨论

表3~7展示了上述所有方法在5个数据集上的NMI、ACC、Purity、ARI和F-score的比较结果及相应的标准差,其中最好的结果用黑体字标出,标准差放在括号内。根据这些结果,可以得出以下结论:

(1) 提出的MCLBDG方法在不同数据集下总是比其他8个方法取得更好的结果,这证明了本文算法的有效性和鲁棒性。

(2) 图学习方法MVGL和MCGC的效果低于本文提出的方法,这可能是因为它们没有对相似矩阵进行分解,导致无法很好地处理视角中存在的噪声。并且它们仅仅关注保留簇个数的信息,没有对统一相似矩阵的块对角结构做进一步的分析。

(3) 本文提出的方法明显优于SGF和DGF。例如,

表 3 3sources上的聚类性能

Table 3 Clustering performance on the 3sources dataset

%

Method	NMI	ACC	Purity	ARI	F-score
MVGL	61.75(0.00)	75.74(0.00)	79.29(0.00)	53.83(0.00)	66.64(0.00)
MCGC	24.10(0.00)	50.30(0.00)	56.21(0.00)	12.07(0.00)	41.33(0.00)
LALMVC	68.02(0.00)	81.66(0.00)	81.66(0.00)	65.56(0.00)	73.50(0.00)
CGD	70.62(0.00)	79.17(0.00)	84.50(0.00)	63.71(0.00)	73.03(0.00)
AwSCGLD	57.34(0.00)	56.81(0.00)	73.37(0.00)	41.86(0.00)	53.99(0.00)
MUGC-BD	76.10(1.50)	83.43(3.15)	87.04(2.06)	71.81(4.74)	77.97(3.72)
SGF	72.38(0.00)	76.33(0.00)	83.43(0.00)	62.05(0.00)	70.94(0.00)
DGF	72.55(0.00)	77.52(0.00)	84.62(0.00)	68.94(0.00)	75.95(0.00)
MCLBDG	80.77(0.00)	84.32(0.00)	86.98(0.00)	72.85(0.00)	79.92(0.00)

表 4 BBCSport4v上的聚类性能

Table 4 Clustering performance on the BBCSport4v dataset

%

Method	NMI	ACC	Purity	ARI	F-score
MVGL	65.51(0.00)	70.69(0.00)	80.17(0.00)	45.85(0.00)	59.41(0.00)
MCGC	21.52(0.00)	47.41(0.00)	51.72(0.00)	8.90(0.00)	39.16(0.00)
LALMVC	85.02(0.00)	94.83(0.00)	94.83(0.00)	84.83(0.00)	88.51(0.00)
CGD	78.46(0.60)	88.79(0.27)	89.66(0.27)	79.93(0.76)	84.90(0.57)
AwSCGLD	79.60(0.00)	84.48(0.00)	91.38(0.00)	75.51(0.00)	81.22(0.00)
MUGC-BD	82.74(0.66)	89.66(0.19)	90.52(0.19)	81.60(0.48)	86.13(0.34)
SGF	80.20(0.00)	81.03(0.00)	92.24(0.00)	78.95(0.00)	83.88(0.00)
DGF	79.60(0.00)	82.76(0.00)	91.38(0.00)	75.51(0.00)	81.22(0.00)
MCLBDG	91.83(0.00)	96.55(0.00)	96.55(0.00)	92.81(0.00)	94.51(0.00)

表 5 Newsgroup上的聚类性能

Table 5 Clustering performance on the Newsgroup dataset

%

Method	NMI	ACC	Purity	ARI	F-score
MVGL	86.30(0.00)	94.60(0.00)	94.60(0.00)	86.80(0.00)	89.44(0.00)
MCGC	10.46(0.00)	30.20(0.00)	34.20(0.00)	4.09(0.00)	32.93(0.00)
LALMVC	85.46(0.00)	94.80(0.00)	94.80(0.00)	87.58(0.00)	90.05(0.00)
CGD	95.82(0.11)	98.80(0.00)	98.80(0.00)	97.00(0.06)	97.60(0.05)
AwSCGLD	91.21(0.17)	97.20(0.10)	97.20(0.10)	93.15(0.22)	94.51(0.18)
MUGC-BD	95.30(0.80)	98.60(0.09)	98.60(0.09)	96.52(0.33)	97.21(0.24)
SGF	93.63(0.00)	98.00(0.00)	98.00(0.00)	95.07(0.00)	96.05(0.00)
DGF	92.24(0.00)	97.60(0.00)	97.60(0.00)	94.09(0.00)	95.27(0.00)
MCLBDG	96.69(0.91)	99.00(0.28)	99.00(0.28)	97.51(0.69)	98.00(0.56)

在BBCSport4v数据集上,提出的方法在NMI、ACC、Purity、ARI和F-score方面分别比SGF提升了11.63、15.52、4.31、13.86、10.63个百分点。在Washington数据集上,提出的方法在NMI、ACC、Purity、ARI和F-score方面分别比DGF提升了16.17、12.61、4.79、18.28、13.06个百分点。这可能是因为通过块对角引导进一步加强了统一相似矩阵的块对角结构,并且进一步优化了待确认一致性部分中错误的信息。此外,本文将图学习、图融合和谱聚类融合到一个统一的框架中,使得这3个部分相互加强。

(4) 提出的方法优于MUGC-BD,这可能是因为本文通过低秩表示学习和自适应邻域的方式来获取不同视角的相似矩阵,可以更好地捕获样本的底层结构。此外,本文将谱聚类融入到模型中,在迭代过程中使得图学习、图融合、谱聚类三个步骤相互优化,从而获得更可靠的离散聚类结果。

(5) 子空间学习方法LALMVC在数据集3sources、BBCSport4v、Reuters和Washington上都优于图学习方法MVGL和MCGC,这可能是因为子空间学习可以从潜在空间中学习不同数据之间的内在联系,减

表 6 Reuters上的聚类性能
Table 6 Clustering performance on the Reuters dataset %

Method	NMI	ACC	Purity	ARI	F-score
MVGL	9.23(0.00)	21.75(0.00)	25.42(0.00)	1.33(0.00)	28.58(0.00)
MCGC	8.93(0.00)	26.25(0.00)	29.42(0.00)	3.34(0.00)	28.48(0.00)
LALMVC	21.35(0.02)	40.75(0.08)	44.67(0.03)	15.58(0.03)	33.39(0.06)
CGD	10.89(0.00)	23.42(0.00)	27.00(0.00)	1.68(0.00)	28.67(0.00)
AwSCGLD	12.25(0.00)	29.67(0.00)	32.17(0.00)	4.45(0.00)	29.17(0.00)
MUGC-BD	10.58(0.02)	23.50(0.00)	24.58(0.00)	1.12(0.00)	28.27(0.00)
SGF	15.03(0.00)	30.08(0.00)	34.42(0.00)	6.57(0.00)	29.51(0.00)
DGF	16.36(0.08)	32.08(0.11)	36.00(0.05)	9.04(0.15)	30.54(0.01)
MCLBDG	28.62(0.00)	42.33(0.00)	44.75(0.00)	15.71(0.00)	34.64(0.00)

表 7 Washington上的聚类性能
Table 7 Clustering performance on the Washington dataset %

Method	NMI	ACC	Purity	ARI	F-score
MVGL	28.08(0.00)	60.44(0.00)	68.70(0.00)	24.82(0.00)	55.75(0.00)
MCGC	27.29(0.00)	60.44(0.00)	69.13(0.00)	34.27(0.00)	56.55(0.00)
LALMVC	35.72(0.00)	69.57(0.00)	71.74(0.00)	39.29(0.00)	62.53(0.00)
CGD	32.64(0.00)	69.13(0.00)	70.44(0.00)	40.06(0.00)	61.09(0.00)
AwSCGLD	38.97(0.42)	68.70(0.21)	73.04(0.21)	36.10(0.53)	61.50(0.27)
MUGC-BD	43.54(0.11)	70.87(0.29)	72.61(0.10)	47.82(1.93)	64.55(0.25)
SGF	32.69(0.04)	62.17(0.00)	70.87(0.00)	33.28(0.17)	57.01(0.07)
DGF	34.10(0.00)	62.61(0.00)	71.30(0.00)	34.55(0.00)	57.56(0.00)
MCLBDG	50.27(0.00)	75.22(0.00)	76.09(0.00)	52.83(0.00)	70.62(0.00)

少了原始数据空间中噪声的影响。但本文提出的MCLBDG在所有数据集上的性能均优于LALMVC,这可能是因为本文通过LRR消除了原始空间中噪声带来的部分影响。此外,本文对相似矩阵做了进一步的分解,提取出更多一致性信息。同时,对统一相似矩阵进行块对角引导,这也更好地消除了其中的冗余信息。

(6) 提出的方法优于谱聚类学习方法AwSCGLD,原因可能是后者没有考虑不同视角之间的差异性,导致低质量视角的信息影响最终的聚类结果。而本文不仅给不同视角施加了不同的缩放系数,还进一步探索了视角间的不一致性部分,并且通过块对角引导也剔除了统一相似矩阵中的一些冗余信息。

(7) CGD将扩散过程应用于多视角聚类,取得了不错的性能,但MCLBDG效果依然高于CGD。这可能是因为CGD通过迭代交叉扩散过程优化每个视角的相似图,没有很好地剔除视角内存在的噪声,并且它依赖于原始图的输入。而MCLBDG不仅通过哈达玛积筛选出不一致性部分,提取出更多一致性部分,还将包含噪声较多的不一致性部分进行了剔除。此外,本文对统一相似矩阵进行块对角引导学习,进一

步削弱了统一相似矩阵中簇内样本与簇外样本的联系。

2.5 收敛性分析

本文采用交替方向乘子最小化方案来进行求解,在大多数情况下,交替解决这12个子问题可以收敛到整体优化问题(17)的局部最小值。实验表明,本文提出的方法在不同的数据集上都是收敛的。不同数据集的收敛曲线如图2所示。可以看到,目标函数值在20次迭代内急剧下降,然后随着迭代次数的增加趋于稳定。这表明MCLBDG是充分收敛的,也证明了该算法的可靠性和高效性。

2.6 参数敏感性分析

本文提出的算法中有7个参数 ε 、 θ 、 η 、 λ 、 β 、 γ 、 ω 。在本节中,通过实验来测试这7个参数对所提出的多视角图学习算法聚类性能的影响。具体地,固定 ω 、 η 、 ε 、 θ 、 γ 为1,改变 β 、 λ 的值;固定 β 、 λ 、 ε 、 θ 、 γ 为1,改变 ω 、 η 的值;固定 β 、 λ 、 ω 、 η 、 γ 为1,改变 ε 、 θ 的值;固定 β 、 λ 、 ω 、 η 、 ε 、 θ 为1,改变 γ 的值。图3~7显示了不同参数的取值范围以及不同数据集的准确度(ACC)相对于参数的灵敏度。结果表

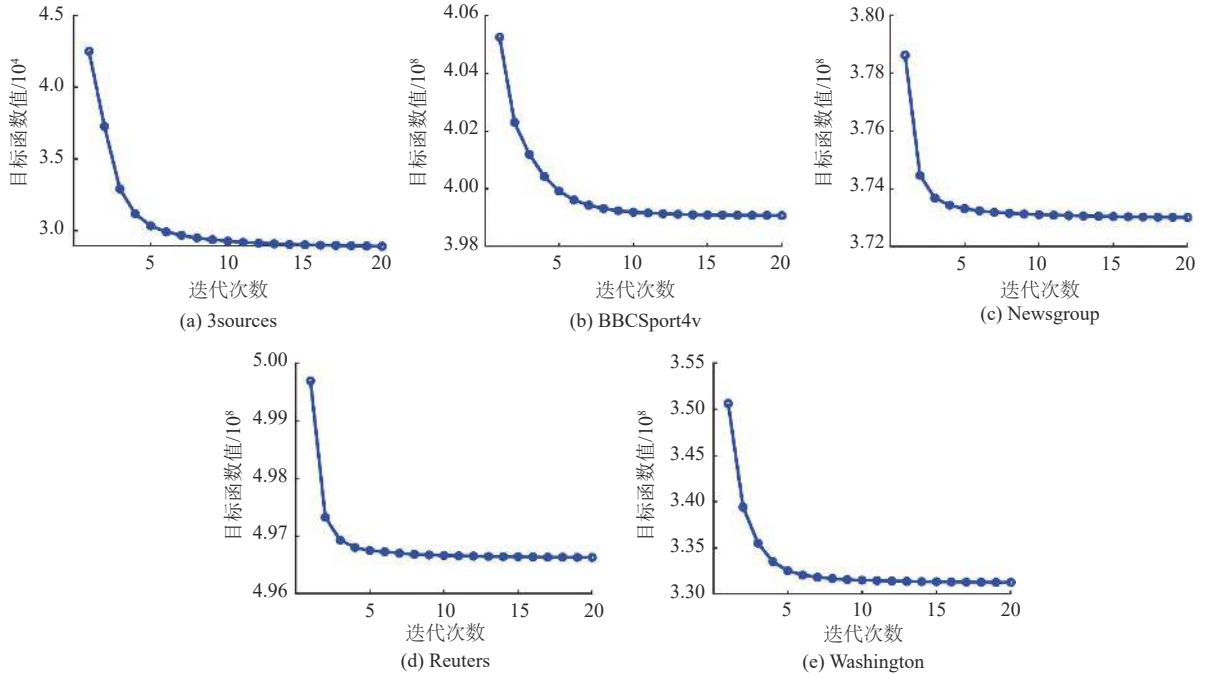


图2 MCLBDG在5个数据集上的收敛曲线

Fig.2 Convergence curves of the MCLBDG on the five datasets

明,本文提出的算法在较宽的参数范围内性能稳定,这也证明了MCLBDG的鲁棒性。

3 结论

本文提出了一种块对角引导的多视角一致性学习(MCLBDG)方法。与大多数现有的基于图的多视

角聚类方法不同,该方法首先学习每个视角的低秩表示,然后通过自适应邻域的方式得到每个视角的相似矩阵,很好地保留了样本间的局部信息。此外,本文将相似矩阵分解为每个视角的一致性矩阵和不一致性矩阵,通过建模不一致性矩阵来更好地提取一致性部分,并将包含噪声较多的不一致性矩阵进

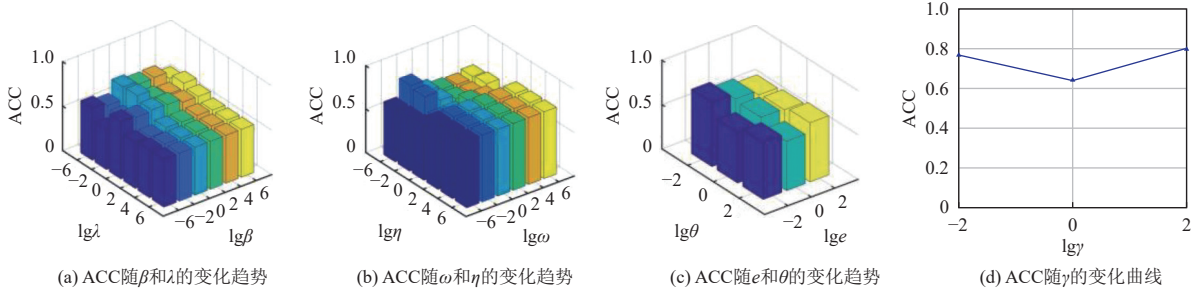


图3 MCLBDG在3sources数据集上的ACC

Fig.3 Acc of the proposed MCLBDG on the 3sources dataset

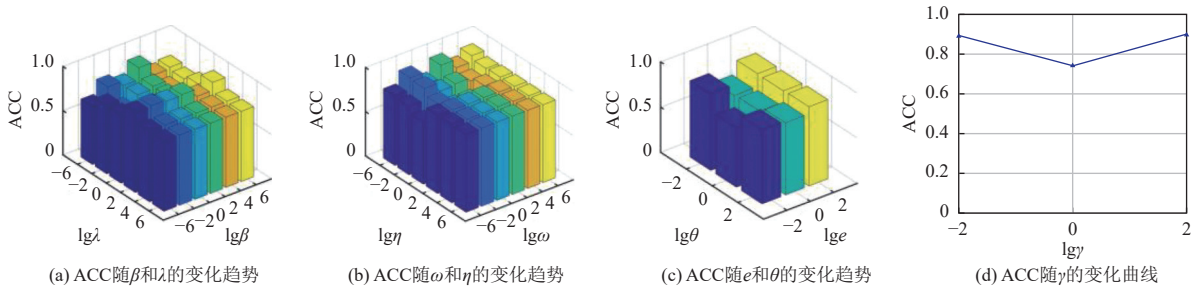


图4 MCLBDG在BBCSport4v数据集上的ACC

Fig.4 Acc of the proposed MCLBDG on the BBCSport4v dataset

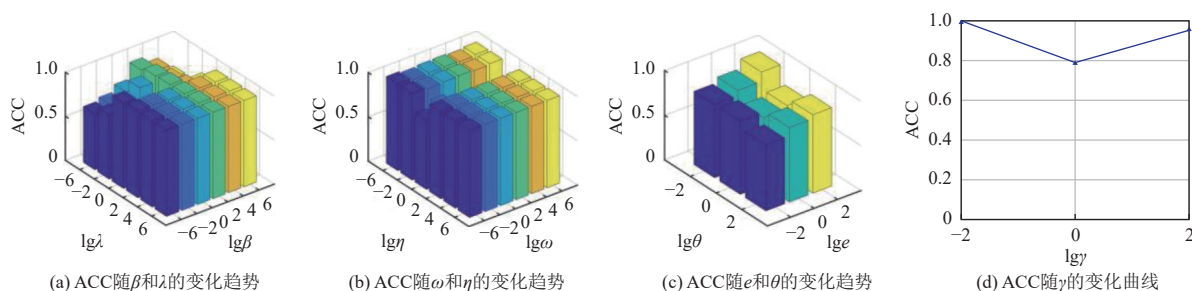


图5 MCLBDG在Newsgroup数据集上的ACC

Fig.5 Acc of the proposed MCLBDG on the Newsgroup dataset

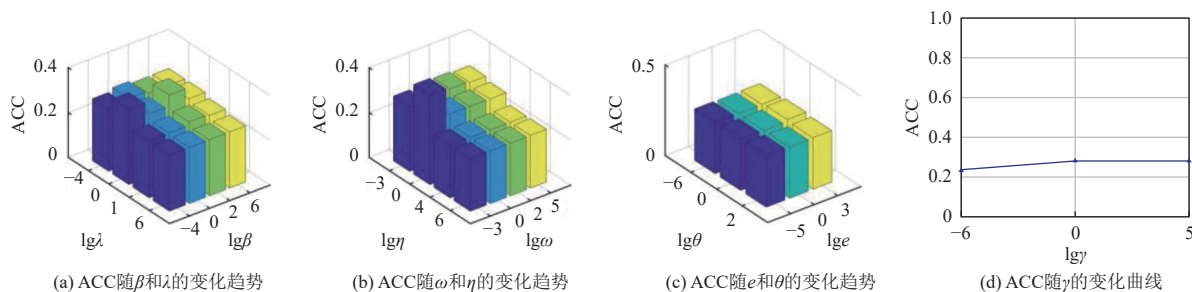


图6 MCLBDG在Reuters数据集上的ACC

Fig.6 Acc of the proposed MCLBDG on the Reuters dataset

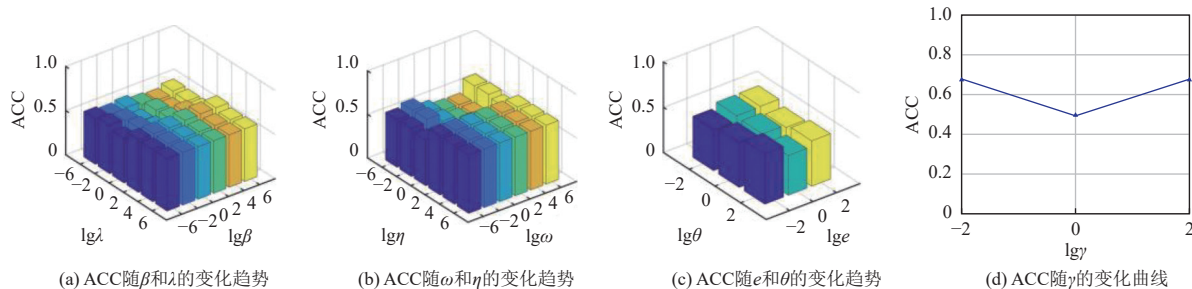


图7 MCLBDG在Washington数据集上的ACC

Fig.7 Acc of the proposed MCLBDG on the Washington dataset

行剔除,将一致性矩阵融合为统一相似矩阵。接着,通过块对角引导来尽可能去除统一相似矩阵中的冗余信息。最后,将谱聚类融入到统一框架当中,直接得到最终的离散聚类结果。大量的实验结果表明,与其他近几年提出的方法相比,本文提出的方法具有很大的优越性,对噪声信息也具有较高的鲁棒性。

参考文献:

- [1] DAFIR Z, LAMARI Y, SLAOUI S C. A survey on parallel clustering algorithms for big data[J]. *Artificial Intelligence Review*, 2021, 54(4): 2411-2443.
- [2] BHATTACHARJEE P, MITRA P. A survey of density-based clustering algorithms[J]. *Frontiers of Computer Science (print)*, 2020, 15(1): 151308.
- [3] CHEN M S, LIN J Q, LI X L, *et al.* Representation learning in multi-view clustering: a literature review[J]. *Data Science and Engineering*, 2022, 7(3): 225-241.
- [4] XIE Y, ZHANG W S, QU Y Y, *et al.* Hyper-laplacian regularized multilinear multiview self-representations for clustering and semisupervised learning[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2020, 50(2): 572-586.
- [5] ZHANG C Q, FU H Z, HU Q H, *et al.* Generalized latent multi-view subspace clustering[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2020, 42(1): 86-99.
- [6] FENG Y C, YUAN Y, LU X Q. Person reidentification via unsupervised cross-view metric learning[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2021, 51(4): 1849-1859.
- [7] FEI L K, ZHANG B, TENG S H, *et al.* Joint multiview feature learning for hand-print recognition[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2020, 69(12): 9743-9755.

- [8] KANG Z, SHI G X, HUANG S D, *et al.* Multi-graph fusion for multi-view spectral clustering[J]. *Knowledge-Based Systems*, 2019, 189: 105102.
- [9] NIE F P, CAI G H, LI X L. Multi-view clustering and semi-supervised classification with adaptive neighbors[C]//Thirty-first AAAI Conference on Artificial Intelligence. San Francisco: AAAI Press, 2017: 2408-2414.
- [10] ZHAN K, ZHANG C Q, GUAN J P, *et al.* Graph learning for multiview clustering[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2018, 48(10): 2887-2895.
- [11] WANG H, YANG Y, LIU B. GMC: graph-based multi-view clustering[J]. *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, 2019, 32: 1116-1129.
- [12] SHI S J, NIE F P, WANG R, *et al.* Auto-weighted multi-view clustering via spectral embedding[J]. *Neurocomputing*, 2020, 399: 369-379.
- [13] LIANG Y W, HUANG D, WANG C D, *et al.* Multi-view graph learning by joint modeling of consistency and inconsistency[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2024, 35(2): 2848-2862.
- [14] HAO W Y, PANG S M, YANG B, *et al.* Tensor-based multi-view clustering with consistency exploration and diversity regularization[J]. *Knowledge Based Systems*, 2022, 252: 109342.
- [15] ZHANG G Y, CHEN X W, ZHOU Y R, *et al.* Consistency- and inconsistency-aware multi-view subspace clustering [C]//Database Systems for Advanced Applications: 26th International Conference, DASFAA 2021, Taipei: Springer International Publishing, 2021: 291-306.
- [16] FANG X Z, HAN N, WONG W K, *et al.* Flexible affinity matrix learning for unsupervised and semi supervised classification[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2018, 30(4): 1133-1149.
- [17] ZHANG C Q, HU Q H, FU H Z, *et al.* Latent multi-view subspace clustering[C]//Proceedings of the Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR) . USA: IEEE Computer Society, 2017: 4279-4287.
- [18] XIE D Y, ZHANG X D, GAO Q X, *et al.* Multiview clustering by joint latent representation and similarity learning[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2019, 50(11): 4848-4854.
- [19] ZHOU T, ZHANG C Q, GONG C, *et al.* Multiview latent space learning with feature redundancy minimization[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2020, 50(4): 1655-1668.
- [20] MEI Y Y, REN Z W, WU B, *et al.* Robust graph-based multi-view clustering in latent embedding space[J]. *International Journal of Machine Learning and Cybernetics*, 2022, 13: 497-508.
- [21] ZHENG Q H, ZHU J H, LI Z Y, *et al.* Feature concatenation multi-view subspace clustering[J]. *Neurocomputing*, 2020, 379: 89-102.
- [22] LIANG N Y, YANG Z Y, LI Z N, *et al.* Multi-view clustering by non-negative matrix factorization with co-orthogonal constraints[J]. *Knowledge-Based Systems*, 2020, 194: 105582.
- [23] TANG C, LIU X W, ZHU X Z, *et al.* Cgd: multi-view clustering via cross-view graph diffusion[J]. *Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence*, 2020, 34(4): 5924-5931.
- [24] ZHONG G, SHU T, HUANG G H, *et al.* Multi-view spectral clustering by simultaneous consensus graph learning and discretization[J]. *Knowledge-Based Systems*, 2022, 235: 107632.
- [25] 刘瑜童, 滕少华, 张巍. 图的多视角一致性稀疏聚类[J]. *计算机应用研究*, 2021, 38(8): 2315-2320.
LIU Y T, TENG S H, ZHANG W. Multiview consistency sparse clustering for graph[J]. *Application Research of Computers*, 2021, 38(8): 2315-2320.
- [26] YANG Y, WANG H. Multi-view clustering: a survey[J]. *Big Data Mining and Analytics*, 2018, 1(2): 83-107.
- [27] 梁毅聪, 张巍, 滕少华. 块对角引导的多视角统一图聚类 [J]. *小型微型计算机系统*, 2023, 44(8): 1728-1734.
LIANG Y C, ZHANG W, TENG S H. Multi-view unified graph clustering guided by block diagonal[J]. *Journal of Chinese Computer Systems*, 2023, 44(8): 1728-1734.
- [28] WANG Y, WU L, LIN X M, *et al.* Multi-view spectral clustering via structured low-rank matrix factorization[J]. *IEEE Transactions on Networks and Learning Systems*, 2018, 29(10): 4833-4843.
- [29] LIANG Y W, HUANG D, WANG C D. Consistency meets inconsistency: a unified graph learning framework for multi-view clustering[C]//IEEE International Conference on Data Mining (ICDM) . Beijing: IEEE, 2019: 1204-1209.
- [30] ZHAN K, NIE F P, WANG J, *et al.* Multiview consensus graph clustering[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2019, 28(3): 1261-1270.
- [31] NIE F P, TIAN L, LI X L. Multiview clustering via adaptively weighted Procrustes[C]//Proceedings of the Proceedings of the 24th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery & Data Mining. London: KDD, 2018: 2022-2030.
- [32] WEN J, ZHANG Z, ZHANG Z, *et al.* Generalized incomplete multiview clustering with flexible locality structure diffusion[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2020, 51(1): 101-114.

(责任编辑: 杨耀辉 英文审核: 费伦科)